Девлетханов Амир 243 группа Вариант 61

Лист 1

№2

$$\langle x^6 \rangle = \frac{5}{9}$$

$$\langle x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 \rangle = \frac{5}{9}$$

сначала возьмём x_1 с x_2

$$\langle x_1 x_2 \rangle \langle x_3 x_4 \rangle \langle x_5 x_6 \rangle$$

$$\langle x_1 x_2 \rangle \langle x_3 x_5 \rangle \langle x_4 x_6 \rangle$$

$$\langle x_3 x_6 \rangle \langle x_4 x_5 \rangle$$

3 перебора

затем $\langle x_1 x_3 \rangle$ и т. д (5 переборов)

пусть $F_{xx} = \langle x x \rangle$

итого:

$$\langle x^6 \rangle = 3 \cdot 5 \cdot F_{xx}^3 = 15 F_{xx}^3 = \frac{5}{9}$$

$$F_{xx}^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow F_{xx} = \frac{1}{3}$$

$$\langle Y^4 \rangle = 3$$

$$\langle Y_1 Y_2 \rangle \langle Y_3 Y_4 \rangle \quad \langle Y_1 Y_3 \rangle \langle Y_2 Y_4 \rangle \quad \langle Y_1 Y_4 \rangle \langle Y_2 Y_3 \rangle$$

$$F_{YY} = \langle Y Y \rangle$$

$$\langle Y^4 \rangle = 3 F_{YY}^2 = 3 \Rightarrow F_{YY} = 1$$

$\langle X^2 Y^4 \rangle$, тут 1) либо 2 пары $\langle XY \rangle$

2) либо 2 пары $\langle YY \rangle$

2) $\langle XX \rangle \langle YY \rangle \langle YY \rangle$

1 перебор

уже делали (3)

получаем $3 \cdot 1 \cdot F_{xx} \cdot F_{YY}^2$

1) $\langle XY \rangle \langle XY \rangle \langle YY \rangle$

2 перебора

$\langle Y_1 Y_2 \rangle$
$\langle Y_1 Y_3 \rangle$
$\langle Y_1 Y_4 \rangle$
$\langle Y_2 Y_3 \rangle$
$\langle Y_2 Y_4 \rangle$
$\langle Y_3 Y_4 \rangle$

6 переборов

$F_{XY} = \langle XY \rangle$

получаем

$$2\cdot 6\cdot F_{XY}^2\cdot F_{YY}$$

$$\langle X^2Y^4\rangle = 12F_{XY}^2F_{YY} + 3F_{XX}F_{YY}^2 = 3$$

$$12F_{XY}^2 + 3\cdot\frac{1}{3} = 3$$

$$F_{XY}^2 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$F_{XY} = \pm\frac{1}{\sqrt{6}}$$

т. к. нулевые средние, то

$$r = \frac{\pm\frac{1}{\sqrt{6}}}{\sqrt{\frac{1}{3}\cdot 1}} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} < 1$$

№1

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D(X) & cov(X,Y) \\ cov(X,Y) & D(Y) \end{pmatrix}$$

$$D(x) = 3$$

$$D(Y) = 2$$

$$X' = X + Z$$

$$Y' = Y + Z$$

$$\mathbb{D}(x+z) = \mathbb{E}[(x+z)^2] - \mathbb{E}^2[x+z] =$$

$$= \mathbb{E}[x^2] + 2\mathbb{E}[x]\mathbb{E}[z] + \mathbb{E}[z^2] - \mathbb{E}^2[x] - \mathbb{E}^2[z] =$$

$$= \mathbb{D}(x) + \mathbb{D}(z) + 2\mathbb{E}[x]\mathbb{E}[z]$$

$$\mathbb{D}(Y+z) = \mathbb{D}(Y) + \mathbb{D}(z) + 2\mathbb{E}[x]\mathbb{E}[z]$$

$$cov(XY) = \mathbb{E}[XY] - \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y] = -1$$

$$cov(X+z, Y+z) = \mathbb{E}[(X+z)\cdot(Y+z)] - \mathbb{E}[X+z]\mathbb{E}[Y+z] =$$

$$= \mathbb{E}[XY] + \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[z] + \mathbb{E}[Y]\mathbb{E}[z] + \mathbb{E}[z^2] -$$

$$- \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y] - \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[z] - \mathbb{E}[Y]\mathbb{E}[z] -$$

$$- E^2[z] =$$

$$= -1 - D(z)$$

Девлетханов Амир 243 группа вариант 61

лист 2

$cov(X+Z, Y+Z) = -1 + D(Z)$

$D(Z) = D(X+Z) - 3 - 2\,\mathbb{E}[X]\,\mathbb{E}[Z]$

$D(Z) = D(Y+Z) - 2 - 2\,\mathbb{E}[Y]\,\mathbb{E}[Z]$

№4

$I(s) = \max\{k_s - \ln g(k)\}$

$L = p(x_1, \ldots, x_n \| \alpha) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i | \alpha) =$

$= \frac{\alpha^{nk}}{\Gamma^n} \prod_{i=1}^{n} x_i^{k-1} \cdot \exp(-\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i)$

$\mathcal{L} = nk\ln\alpha - n\ln\Gamma + (k-1)\sum_{i=1}^{n} \ln x_i - \alpha \sum_{i=1}^{n} x_i$

берём производную и приравн к нулю

$0 = \frac{nk}{\alpha} - \sum_{i=1}^{n} x_i = 0$

$\alpha = \frac{nk}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$